



کنترل فعال ارتعاش ورق نازک دایروی همراه با وصله پیزوالکتریک تحریک شده با موج صوتی تخت با استفاده از کنترل گر فازی و LQR

اسماعیل رضایی^{۱*}، کورش خورشیدی^۲، علی اصغر قدیمی^۳، مهسا پاگلی^۴

^۱آزمایشگاه تحقیقاتی صوت و ارتعاش، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه اراک، ۳۸۱۵۶-۸-۸۸۴۹، اراک، ایران

^{۲،۳}گروه مهندسی برق، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه اراک، ۳۸۱۵۶-۸-۸۸۴۹، اراک، ایران

*e-rezaee@arshad.araku.ac.ir

چکیده

کنترل ارتعاشات سازه یک پارامتر مهم در مهندسی محسوب می‌شود. کاربرد آن در صنایع اتوماتیک، هوافضا، صنعت دریایی و غیره بیشتر نمایان می‌شود. اساس کنترل ارتعاشات بر پایه کاهش یا تغییر ارتعاش یک سیستم است که بر همین اساس نويز و تنش‌های مکانیکی در سیستم کاهش یافته و از این طریق بسیاری از مشکلات نظیر خستگی، شکست سازه، اتلاف انرژی کاهش می‌یابد و در عوض کارایی و قابلیت اطمینان سیستم افزایش می‌یابد. در این مقاله ابتدا به بررسی ارتعاش ورق‌های نازک دایروی با در نظر گرفتن تئوری کلاسیک ورق (CPT) و ورق‌های نازک کوپل شده با لایه پیزوالکتریک پرداخته و پاسخ‌های دقیق فرکانسی و شکل مدهای ارتعاشی با در نظر گرفتن مسطح بودن ورق، رابطه تنش- کرنش هوک، رابطه کرنش-جابجایی خطی و ایزوتروپیک بودن آن محاسبه شده است. سپس با استفاده از روش‌های کنترلی فازی و LQR، به کنترل فعال ارتعاش سازه (ورق) پرداخته می‌شود. در تجزیه و تحلیل روابط پیزوالکتریک، پتانسیل الکتریکی با ارضای شرایط مرزی الکتریکی (مدار باز) و معادله الکتریسیته ماکسول به دست آورده شده است.

کلمات کلیدی: کنترل ارتعاش؛ تئوری کلاسیک ورق؛ پیزوالکتریک؛ مدار باز؛ کنترل کننده فازی؛ کنترل کننده LQR

۱. مقدمه

کنترل ارتعاش فعال و مدل سازی سازه همراه با پیزوالکتریک موضوع تعداد زیادی از مطالعات می‌باشد زیرا مواد پیزوالکتریک به طور گسترده‌ای در الکترونیک، اولتراسونیک، ساختار هوشمند و غیره با توجه به مزایای استفاده از این مواد و خصوصیاتشان یعنی دقت بالا، وزن کم و قابلیت تشخیص بالا استفاده می‌شود [۱، ۲، ۳]. در کاربردهای مهندسی، مواد پیزوالکتریک مدار باز در مدل سنسور و جاذب استفاده می‌شود [۴، ۵] و مدار بسته در مدل محرک و تشدید کننده [۶] استفاده می‌شود که در کنترل کننده‌های صوتی، کنترل کننده دمپینگ و کنترل ارتعاش سازه‌ای به طور گسترده‌ای کاربرد دارد.

کنترل ارتعاش فعال ورق، یکی از موضوعات مورد علاقه محققان است. هاگود^۱ و فلوتو^۲ ارتعاش سازه‌های مکانیکی را جذب و با استفاده از مدار پیزوالکتریک غیر فعال، ارتعاش آن کاهش دادند [۷]. دیمیتریادیس^۳ معادلات ساختار دو بعدی سازه که در ارتباط با پیزوالکتریک بودند را به دست آورد. همچنین نشان داد که می‌توان ارتعاش ورق را با بکار بردن تعداد کمی محرک که بر روی ورق نیرو اعمال می‌کند، کنترل کرد [۸]. متالف^۴ به صورت تجربی به بررسی این موضوع پرداخت. فولر^۵، با استفاده از نیروی کنترلی و محرک الکتروپنایمیک که روی ورق دایروی اعمال می‌شد، انتقال صوت را کاهش و ارتعاش ورق را کنترل نمود. [۹]. نیکرک^۶ [۱۰] ارتعاش ورق دایروی را کنترل نمود و صوت منتقل شده از ورق را با استفاده از روش کنترلی H_∞ کاهش داد. لی^۷ [۱۱] مدل سازی و کنترل ارتعاش ورق را که با پیزوالکتریک کوپل شده بود با روش μ به صورت تحلیلی و تجربی ارائه داد.

کارهای زیاد دیگری نیز وجود دارد که در آن با استفاده از روش‌های کنترلی نظیر PID، LQR و FLC به کنترل ارتعاش ورق پرداخته‌اند. روش کنترلی فازی (FLC) در مقابل PID نتایج بهتری را در کنترل ارتعاش ورق نشان می‌دهد [۱۲]. در سال‌های اخیر روش‌های FLC و LQR در کاربردهای مهندسی به طور گسترده بکار رفته‌اند. تیسوکاس^۸ و والاندینگهام^۹ [۱۳] با استفاده از روش کنترلی فازی به مطالعه کنترل فعال، کاهش ارتعاش و دامنه و سرعت سیستم پرداختند. شارما^{۱۰} و همکاران کنترل مودال^{۱۱} ورق را به صورت تجربی و تحلیلی بررسی کرده‌اند [۱۴]. این تحقیق شامل ۹ قاعده در پایگاه قواعد است. ورودی‌ها شامل جابجایی و سرعت دو مود اول و خروجی وولتاژ اعمال شده به محرک پیزوالکتریک و فورمول بندی بر اساس روش همیلتون می‌باشد. حسین نژاد^{۱۲} کنترل ارتعاش فعال ارتعاش ورق اف جی ام را با روش فازی بکار برده است. نتایج با روش PID مقایسه و نتایج بهتری از روش فازی بدست آمده است [۱۵]. حسین ناصر^{۱۳} و همکاران کنترل فازی غیر خطی را برای دمپ فعال ارتعاش سازه بکار برد. آن‌ها به طور تجربی نیز نتایج خود را صحنه گذاری نمودند [۱۶]. ناروال^{۱۴} کنترل ورق دایروی با شرایط مرزی ساده را برای سه مود اول آن تجزیه و تحلیل کرد [۱۷].

در این مقاله، هدف مدل سازی ورق‌های نازک دایروی کوپل شده با پیزوالکتریک و بررسی ارتعاش این مدل و پس از آن کنترل ارتعاش سیستم با روش‌های کنترل فازی و LQR می‌باشد. برای نیل به این هدف پس از بدست آوردن معادلات مربوطه، با استفاده از نرم افزار تحلیل ریاضی mathematica فرکانس‌های طبیعی سیستم و شکل مود آن‌ها بدست می‌آیند. پس از آن به بررسی ارتعاش ورق در حالتی که با موج صوتی صفحه ای تحریک شود پرداخته می‌شود. در قسمت کنترل ارتعاش نیز مدل ارائه شده برای ورق نازک دایروی کوپل شده با پیزوالکتریک در حالت مدار باز و با استفاده از روش‌های کنترلی فازی و LQR به بررسی رفتار سیستم با در نظر گرفتن این کنترل‌گرها و بدون در نظر گرفتن آن‌ها (در شرایط غیر فعال) پرداخته می‌شود. این کار در محیط شبیه ساز و در نرم افزار matlab صورت می‌گیرد. نتایج و نمودارها نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته و نتایج آن‌ها مقایسه می‌شوند.

۲. مدل سازی

سیستم مورد نظر از دو لایه اصلی تشکیل شده است. یک لایه میانی که لایه اصلی می‌باشد و لایه پیزوالکتریک در بالا و پایین لایه اصلی قرار گرفته است. همانگونه که در شکل مشخص است a و h و h_p به ترتیب برابر شعاع و ضخامت لایه اصلی و ضخامت لایه

¹ Hagood

² Flotow

³ Dimitriadis

⁴ Metcalf

⁵ Fuller

⁶ Niekerk

⁷ Li

⁸ Tsoukkas

⁹ Vanlandingham

¹⁰ Sharma

¹¹ modal

¹² Hossain Nezhad

¹³ Houssein Nasser

¹⁴ Narwal

پیزوالکتریک می‌باشد. دو طرف لایه پیزوالکتریک از الکترودهایی تشکیل شده است که بطور کامل آن را پوشانیده اند که از ضخامت این لایه در مقابل لایه پیزوالکتریک صرف نظر می‌شود. این الکترودها برای اعمال ولتاژ و پلاریزه کردن لایه پیزوالکتریک در راستای ضخامت بکار می‌رود. سیستم مختصات مستطیلی نیز برای بررسی مدل در مرکز آن قرار گرفته است.

برای بررسی توزیع پتانسیل الکتریکی در لایه پیزوالکتریک می‌دانیم که هنگام اعمال ولتاژ، توزیع پتانسیل الکتریکی روی سطح الکترودها ثابت باقی می‌ماند. تابع توزیع پتانسیل الکتریکی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود که در معادله ماکسول نیز صادق است.

$$\phi = \begin{cases} \varphi(r, \theta, t) \sin\left(\pi \frac{(z-h)}{hp}\right) + A_1 z + B_1 & h \leq z \leq h + hp \\ \varphi(r, \theta, t) \sin\left(-\pi \frac{(z+h)}{hp}\right) + A_2 z + B_2 & -h + hp \leq z \leq -h \end{cases} \quad (1)$$

که z از لایه میانی و در راستای Z اندازه گیری می‌شود. در رابطه بالا $\varphi(r, \theta, t)$ پتانسیل الکتریکی در لایه میانی پیزوالکتریک بوده و از طریق ارضای معادله ماکسول^{۱۵} بدست می‌آید. ترم‌های A_1, B_1, A_2, B_2 به وسیله معادله ماکسول و شرایط مرزی سنسوری در نظر گرفته شده برای پیزوالکتریک به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$\phi|_{z=\pm h} = 0, D_z|_{z=\pm(h+hp)} = 0 \quad (2)$$

که در آن D_z جابجایی الکتریکی در راستای Z می‌باشد. با نوشتن پروفیل جابجایی، معادلات کرنش و تنش در لایه اصلی و لایه پیزوالکتریک بر اساس فرضیات تئوری کلاسیک و در نظر گرفتن میدان الکتریکی و جابجایی الکتریکی خواهیم داشت.

$$A_1 = \frac{\pi}{hp} \varphi(r, \theta, t) - \frac{\bar{e}_{31}}{E_{33}} (h + hp) \Delta w, B_1 = -h \times A_1 \quad (3)$$

بر اساس معادلات ممان‌ها، مولفه‌های نیروهای برشی، روابط جابجایی و تابع توزیع پتانسیل الکتریکی می‌توان به معادله حاکم بر سیستم دست پیدا نمود.

$$(D) \Delta \Delta w + \left(\frac{(h + hp)^2 - h^2}{2hp} \pi \bar{e}_{31}^E - \frac{2\bar{e}_{31}^E}{\pi} \right) \Delta \varphi + 2(\rho_h h + \rho_p h_p) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

همچنین با استفاده از ارضای معادله ماکسول، خواهیم داشت.

$$\frac{(\pi^2 + 4)h_p^2 \bar{E}_{11}}{4\pi^2 \bar{E}_{33}} \Delta \varphi - \varphi + \frac{h_p^2 \bar{e}_{31}}{2\pi \bar{E}_{33}} \Delta w - \frac{h_p^3 (h + hp) \bar{e}_{31} \bar{E}_{11}}{4\pi \bar{E}_{33}^2} \Delta \Delta w = 0 \quad (5)$$

با استفاده از فرمول (۴) و (۵) خواهیم داشت.

$$\varphi(r, \theta, t) = - \left(\frac{K_1 D}{K_2 d} + \frac{K_4}{K_2} \right) \Delta \Delta w + \frac{K_3}{K_2} \Delta w - \frac{K_1}{K_2} \frac{2(\rho_h h + \rho_p h_p)}{d} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (6)$$

$$P_3 \Delta \Delta \Delta w - P_2 \Delta \Delta w + P_1 \Delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) - P_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

که در آن،

¹⁵ maxwell

$$D = D_1 + D_2 + \frac{\bar{e}_{31}^E}{E_{33}} (h + hp)((h + hp)^2 - h^2), \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

$$K_1 = \frac{(\pi^2 + 4)h_p^2 \bar{E}_{11}}{4\pi^2 E_{33}}, K_2 = 1, K_3 = \frac{h_p^2 \bar{e}_{31}}{2\pi E_{33}}, K_4 = \frac{h_p^3 (h + hp) \bar{e}_{31} \bar{E}_{11}}{4\pi E_{33}^2}, d = \frac{(h + hp)^2 - h^2}{2hp} \pi \bar{e}_{31}^E - \frac{2\bar{e}_{31}^E}{\pi}$$

$$P_3 = \frac{K_1 D + K_4 d}{K_2}, P_2 = D, P_1 = \frac{K_1}{K_2} 2(\rho_h h + \rho_p h_p), P_0 = 2(\rho_h h + \rho_p h_p) \quad (8)$$

برای تحلیل این رابطه، w را می‌توان به شکل $\hat{w}(r)e^{i(p\theta - \omega t)}$ در نظر می‌گیریم که در آن $w(r)$ دامنه جابجایی در طول ω ، فرکانس طبیعی و p طول موج در جهت θ می‌باشد. در این صورت پاسخ معادله ۷ به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\hat{w} = A_{1p} Z_{1p}(\alpha_1 r) + A_{2p} Z_{2p}(\alpha_2 r) + A_{3p} Z_{3p}(\alpha_3 r) \quad (9)$$

است که در آن،

$$\alpha_1 = \sqrt{|x_1|}, \alpha_2 = \sqrt{|x_2|}, \alpha_3 = \sqrt{|x_3|}, Z_{ip}(\alpha, r) = \begin{cases} J_p(\alpha_i r) & x_i < 0 \\ I_p(\alpha_i r) & x_i > 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

و مولفه‌های مورد استفاده در این روابط به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} x_1 &= 2u \cos\left[\frac{\Psi}{3}\right] + \frac{P_2}{3P_3}, x_2 = 2u \cos\left[\frac{\Psi + 2\pi}{3}\right] + \frac{P_2}{3P_3}, x_3 = 2u \cos\left[\frac{\Psi + 4\pi}{3}\right] + \frac{P_2}{3P_3}, u \\ &= \frac{1}{3P_3} \text{Sqrt}[P_2^2 + (3P_1 P_3 \omega^2)], \Psi = \text{ArcCos}\left[-\frac{c}{2\text{Sqrt}\left[\left(-\frac{b}{3}\right)^3\right]}\right], b \\ &= -\frac{P_2^2}{3 * P_3^2} - \frac{P_1 * \omega^2}{P_3}, c = -\frac{2 * P_2^3}{27 * P_3^3} - \frac{P_1 * P_2 * \omega^2}{3 * P_3^2} + \frac{P_0 * \omega^2}{P_3} \end{aligned} \quad (11)$$

با استفاده از اعمال شرایط مرزی $\hat{w} = \hat{w}' = \hat{\phi}' = 0$ و مشخص کردن ماتریس زیر و دترمینان آن، فرکانس‌ها و شکل مود های سیستم بدست خواهند آمد.

$$Z = \begin{vmatrix} Z_{1p}(\alpha_1 a) & Z_{2p}(\alpha_2 a) & Z_{3p}(\alpha_3 a) \\ \alpha_1 * a * Z'_{1p}(\alpha_1 a) & \alpha_2 * a * Z'_{2p}(\alpha_2 a) & \alpha_3 * a * Z'_{3p}(\alpha_3 a) \\ t_1 * \alpha_1 * a * Z'_{1p}(\alpha_1 a) & t_2 * \alpha_2 * a * Z'_{2p}(\alpha_2 a) & t_3 * \alpha_3 * a * Z'_{3p}(\alpha_3 a) \end{vmatrix} \quad (12)$$

که در آن S_i علامت x_i و t_i از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$t_i = -\alpha_i^4 * \left(\frac{K_1 D}{K_2 d} + \frac{K_4}{K_2}\right) + \left(\frac{K_3}{K_2} * S_i * \alpha_i^2\right) - \left(\frac{K_1}{K_2} * \frac{P_0}{d} * \omega^2\right) \quad (13)$$

۳. طراحی کنترل کننده

در ابتدا در مورد تحریک ورق با توجه به اینکه فشار روی ورق را به صورت دور میدان و فشار آکوستیکی تخت در نظر می گیریم، رابطه موج تحریکی به شکل زیر نوشته می شود.

$$p = p_m e^{j(\omega t - k\vec{r})} = p_m e^{j(\omega t - k_r r - k_z z)} \xrightarrow{z=0} p_m e^{j(\omega t - k_r r)} \quad (14)$$

برای تولید نیروی کنترلی از وصله عملگر که روی سنسور پیزوالکتریک قرار گرفته و به شعاع 1/4 سنسور و ضخامت 1/2 از آن می باشد، استفاده شده است. نیروی تولید شده توسط عملگر در رابطه مستقیم با ممان وصله پیزوالکتریک و با رابطه زیر می باشد.

$$M_c = \eta V(t) \times H(r_0 - r) \quad (15)$$

$$F_c = \frac{\partial^2 M_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_c}{\partial r} = -\eta V(t) \times \frac{1}{r} \delta(r_0 - r) + \eta V(t) \delta'(r_0 - r) \quad (16)$$

در روابط بالا η وابسته به \bar{e}_{31} و ضخامت های ورق ها می باشد. همچنین تابع پله $H(r_0 - r)$ ^{۱۶} در قسمت های وصله دار برابر یک و در قسمت های دیگر صفر می باشد. با جایگذاری این روابط و روابط موج صوتی و استفاده از مراحل بالا می توان به معادلات حالت رسید. برای انتقال معادلات به فضای حالت ابتدا دو طرف معادله بدست آمده از قسمت قبل را در شکل مود ضرب می نماییم. سپس با استفاده از انتگرال گیری روی کل سطح ورق ضرایب بدست می آیند. جابجایی و تغییرات جابجایی را به عنوان حالت های سیستم در نظر گرفته و معادلات را طبق آن ها دسته بندی می نماییم. برای محاسبه ولتاژ سنسور مقدار شارژ سطحی کلی صفر در نظر گرفته شده و ولتاژ سنسور به وسیله انتگرال گیری میدان الکتریکی روی ضخامت سنسور بدست می آید. در این صورت ولتاژ سنسور به میدان وابسته خواهد بود.

برای طراحی کنترل گر فازی، توابع عضویت به صورت مثلثی در نظر گرفته شده اند. کلیه توابع عضویت کاملاً به صورت متقارن و همپوشانی آن ها بیش از ۵۰ می باشد. قواعد طراحی شده برای این کنترل کننده نیز با توجه به تعداد تقسیم بندی ورودی ها و خروجی ها، ۲۵ قاعده منطقی در نظر گرفته شد. در مورد کنترل گر LQR نیز ابتدا بیشترین مقدار از متغیرهای حالت سیستم در حالت غیر فعال بدست آمدند. سپس با نرمال کردن متغیرهای حالت در ماتریس های وزنی مربوط به ورودی ها و حالت ها بین همه متغیرهای سیستم وزنی مساوی برقرار می نماییم. با در نظر گرفتن ضریب برای هر کدام از متغیرهای حالت سیستم به افزایش یا کاهش اهمیت آن در کنترل کننده پردازیم. به این صورت که با افزایش ترم مربوط به جابجایی ماتریس وزنی حالت، به بررسی پاسخ سیستم با اعمال کنترلر پرداختیم. با افزایش این ترم خروجی بهبود می یابد و در عوض ولتاژ مورد نیاز برای اعمال به عملگر افزایش می یابد. سپس ترم مربوط به خطا نیز به گونه ای تعیین شد تا سرعت پاسخ تا حد ممکن کاهش پیدا نکند.

۴. نتایج عددی و بحث

جدول ۱. خواص مواد و مشخصات هندسی

E_{33}	E_{11}	E_{33}	e_{31}	چگالی جرمی	مدول یانگ	
-	-	-	-	۷۸۰۰	2.0×10^9	لایه اصلی
5.841×10^{-9}	7.124×10^{-9}	۱۴.۱	-۴.۱	۷۵۰۰	-	لایه پیزوالکتریک (PZT4)
a=۰.۰۶, h=۰.۰۱, hp=۰.۰۰۲ (m)						اندازه های هندسی

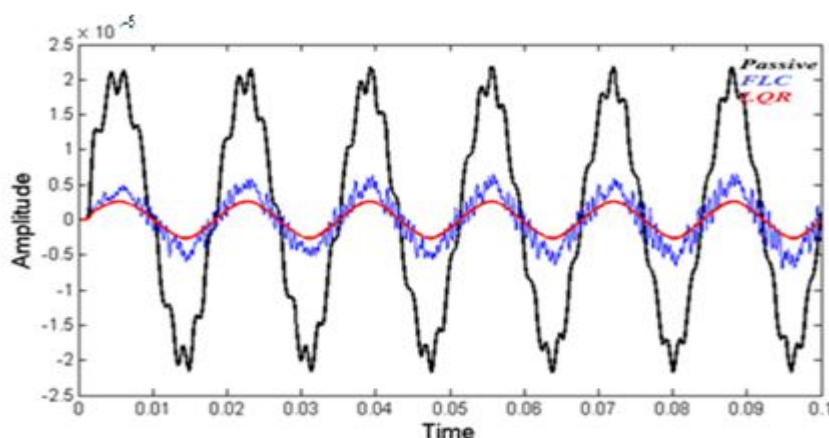
¹⁶ heaviside function

در جدول (۱) خواص مواد و مشخصات هندسی سیستم مورد مطالعه ارائه شده است. در جدول (۲) چهار فرکانس طبیعی اول ورق کوپل شده با لایه‌های پیزوالکتریک در هر دو حالت مدار باز و مدار بسته داده شده است. درصد تفاوت میان فرکانس محاسبه شده و مرجع مدار بسته، که این حالت فرکانس به صورت مدار بسته محاسبه شده است، حدود ۰.۱۳٪ و ۳.۰۱۳٪ در محاسبه شده و مرجع مدار باز، که در آن فرکانس با در نظر گرفتن مدار باز، محاسبه شده در حدود ۰.۲۴۶٪ است. تفاوت این مقادیر در این است که با توجه به اثر سختی پیزوالکتریک روی فرکانس‌ها در شرایط مدار بسته کمتر از مدار باز است. از آنجا که در شرایط مدار بسته، پتانسیل الکتریکی در لایه پیزوالکتریک آزاد و از آنجا که سیستم در ارتعاش است به انرژی مکانیکی تبدیل و در نتیجه از اثر آن کاسته و فرکانس کاهش می‌یابد.

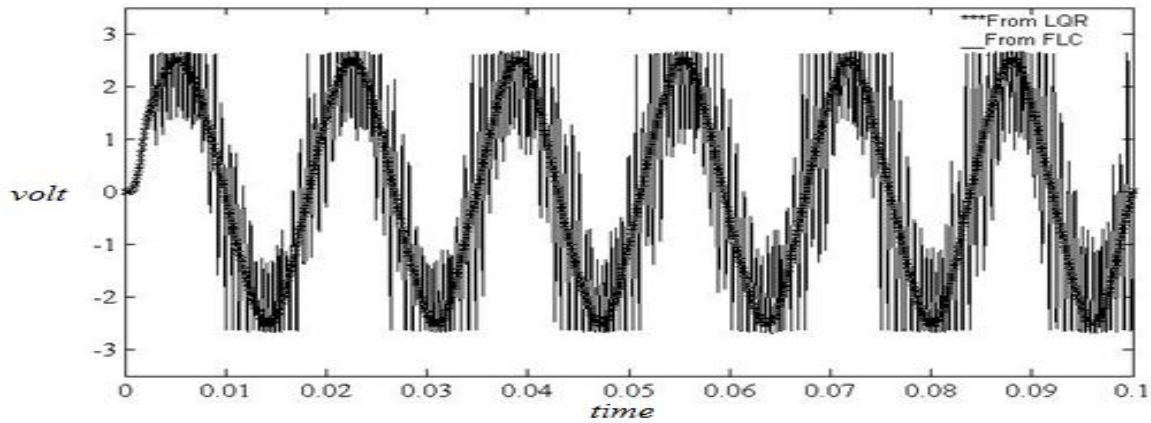
جدول ۲. مقایسه فرکانس‌های طبیعی سیستم با حالت‌های مداری مختلف

ورق کوپل شده با پیزوالکتریک					ورق بدون پیزوالکتریک	شماره مد ارتعاشی
(با رف ۶) Diff%	(با رف ۵) Diff%	مقادیر ارائه شده در مقاله	مدار باز (رف ۵)	مدار بسته (رف ۶)		
۳.۰۱۲	۰.۲۴۴	۹۳۰.۵۰۶	۹۲۸.۲۳	۹۰۲.۴۷۹	۸۶۹.۶۹۱	(۰ و ۱)
۳.۰۰۷	۰.۲۴	۱۹۳۶.۴۱	۱۹۳۱.۷۶	۱۸۷۸.۱۷	۱۸۰۹.۸۷	(۰ و ۱)۲
۳.۰۲۱	۰.۲۵۴	۳۱۷۷.۰۷۲	۳۱۶۹	۳۰۸۱.۰۸	۲۹۶۹.۳۴	(۰ و ۲)۳
۳.۰۰۶	۰.۲۳۸	۳۶۲۲.۳۴۳	۳۶۱۳.۶۹	۳۵۱۳.۴۳	۳۳۸۵.۷۱	(۱ و ۰)۴

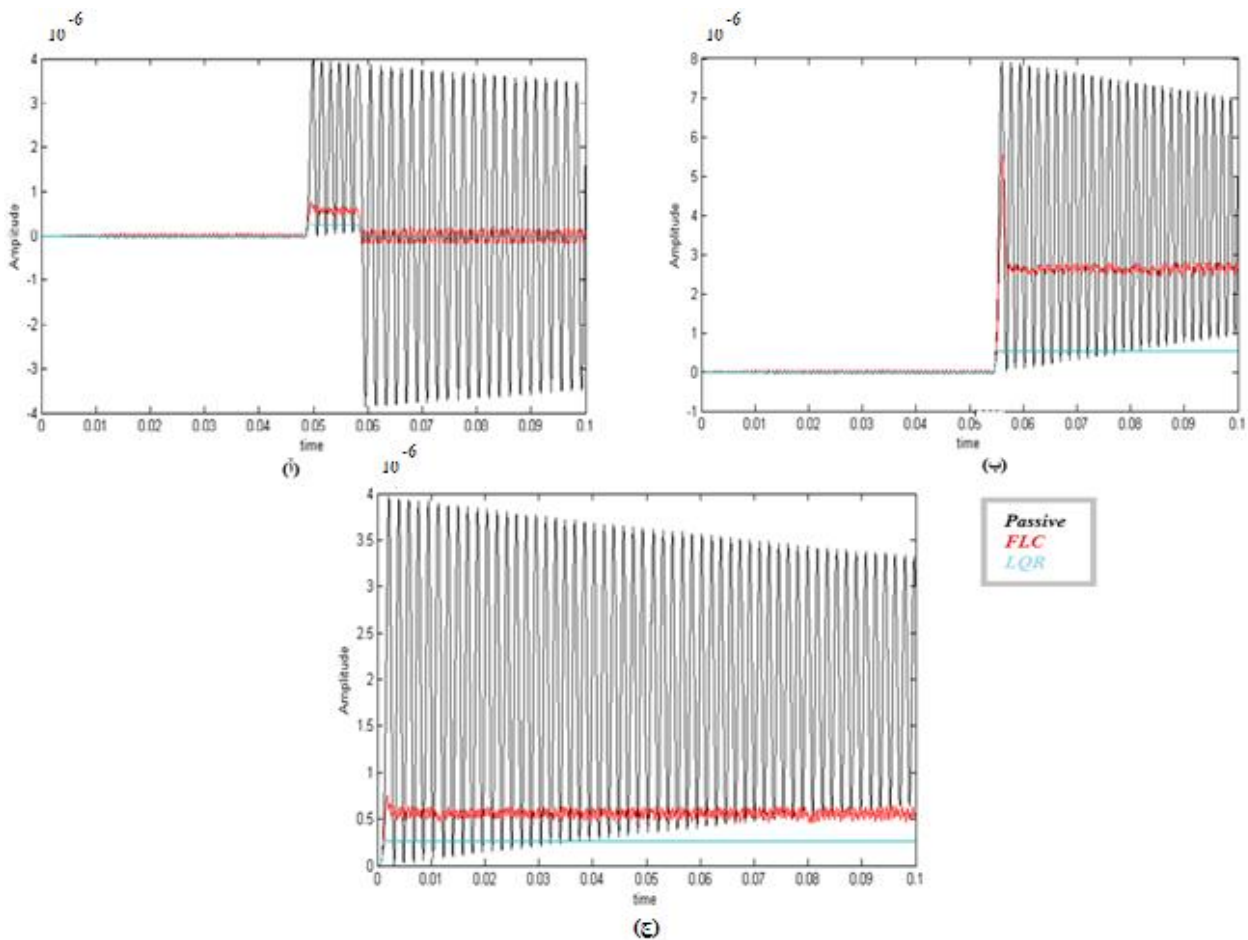
همان گونه که در شکل (۱) مشخص است دامنه خروجی سیستم با اعمال کنترل کننده فازی به ۱/۴ خروجی سیستم بدون اعمال کنترل کننده کاهش پیدا می‌کند و با توجه به ماهیت این نوع از کنترل که در آن دستورات کنترلی استنباط شده از پایگاه داده به صورت پالس گونه اعمال می‌شود، خروجی سیستم بصورت غیر یکنواخت و نوسانی شده است. همین حالت در ولتاژ کنترلی یعنی ولتاژی که روی محرک پیزوالکتریک اعمال می‌شود نیز قابل مشاهده است. دامنه خروجی سیستم با اعمال کنترل کننده LQR نیز به کمتر ۱/۸ خروجی سیستم بدون اعمال کنترل کننده رسیده است. در صورتی که ولتاژ اعمالی به محرک را افزایش دهیم، خروجی سیستم می‌تواند بهتر و کمتر نیز شود. این ولتاژ کنترلی در شکل (۲) ارائه شده است. این ولتاژها با وجود کنترل کننده فازی و LQR مقایسه شده است. همان گونه که در شکل ۲ مشخص شده است، ولتاژهای کنترلی حاصل از LQR و فازی نزدیک بوده و ولتاژ اعمالی توسط کنترل کننده فازی به دلیل اعمال شرطهای کنترلی به صورت پالسی و نوسانی می‌باشد و با این شرایط و با در نظر گرفتن ولتاژ کنترلی برابر، دامنه خروجی از کنترل کننده LQR نتیجه بهتری را نمایش می‌دهد. در شکل (۳) نیز پاسخ سیستم با در نظر گرفتن تحریک‌های پالس، پله و ثابت ارائه شده است. همان گونه که در شکل مشخص است خروجی‌ها با در نظر گرفتن کنترل کننده LQR نتایج بهتر و خروجی‌های کمتری را نسبت به کنترل کننده فازی نمایش می‌دهند و دامنه سیستم در مقادیر کمتری پایدار شده است.



شکل ۱. خروجی سیستم با در نظر گرفتن کنترل کننده فازی و LQR و بدون در نظر گرفتن آن‌ها



شکل ۲. ولتاژهای کنترلی حاصل از LQR و فازی



شکل ۳. پاسخ سیستم با در نظر گرفتن تحریک‌های (آ) پالس (ب) پله (ج) ثابت

همان‌گونه که از شکل‌های ارائه شده مشخص است، نتایج خروجی از کنترلر LQR نسبت به خروجی‌های فازی دارای شرایط بهتری می‌باشند و با توجه به ماهیت کنترلر LQR، خروجی سیستم و هزینه سیستم پس از اعمال این کنترلر بهینه نیز خواهد شد. همچنین خروجی ناشی از کنترلر فازی نتایجی نزدیک به LQR داشته و در صورت بهبود کنترلر و یا استفاده از بهینه‌سازی می‌توان به آن نزدیک‌تر نیز گشت.

۵. مراجع

1. Wang Q. and Quek S. T., "vibration analysis of sandwich beam coupled with piezoelectric actuator", *Smart Mater. Struct* 9, 103–109, (2000).
2. Bor-Tsuen Wang, Fuller Chris R. and Dimitriadis Emiliose K., "Active control of noise transmission through rectangular plates using multiple piezoelectric or point force actuators", *Journal of the Acoustical Society of America*, 90, 2820–2830, (1991).
3. Akishita and Mitani Y., "Sound transmission control through rectangular plate by using piezoelectric ceramic as actuators and sensors", *Journal of Intelligent Material System and Structures* 5, 371–378, (1994).
4. Es'haghi M., Hosseini Hashemi Sh. and Fadaee M., "Vibration analysis of piezoelectric FGM sensor using an accurate method", *International Journal of Mechanical Sciences* 53, 585–594, (2011).
5. Wu N., Wang Q. and Quek S. T., "Free vibration analysis of piezoelectric coupled circular plate with open circuit", *Journal of Sound and Vibration* 329, 1126–1136, (2010).
6. Wang Q., Quek ST., Sun CT. and Liu X., "Analysis of piezoelectric coupled circular plate", *Smart Mater Struct* 10, 229–239, (2001).
7. Hagood H. W. and Flotow A von, "Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks", *Journal of Sound and Vibration* 146, 243–268, (1991).
8. Dimitriadis E. K., Fuller C. R. and Rogers C. A., "Piezoelectric actuators for distributed noise and vibration excitation of thin plate", *J. Vib. Acoust.* 113, 100–107, (1991).
9. Metcalf V. L., Fuller C. R., Silcox R. J. and Brown D. E., "Active control of sound transmission/radiation from elastic plates by vibration inputs. II – Experiments", *Journal of Sound and Vibration* 153, 387–402, (1992).
10. Van Niekerk J. L., Tongue B. H. and Packard A. K., "Active control of a circular plate to reduce transient noise transmission", *Journal of Sound and Vibration* 183, 643–662, (1995).
11. Li Y. Y., Cheng L. and Li P., "Modeling and vibration control of a plate coupled with piezoelectric material", *Composite Structures* 62, 155–162, (2003).
12. Hossain HossainNezhadShirazi A., Owji H. R. and Rafeeyan M., "Active Vibration Control of an FGM Rectangular Plate using Fuzzy Logic Controllers", *Procedia Engineering* 14, 3019–3026, (2011).
13. Tsoukkas A., and Vanlandingham H., "Application of fuzzy-logic control to active vibration damping", *Proceeding 8th VPI&SU Symposium on Dynamics and control of Large Structures*, 371–379, (1991).
14. Manu Sharma Q. and Sachdeva B. L., "Modal control of a plate using a fuzzy logic controller", *Smart Materials and Struct.* 16, 1331–1341, (2007).
15. NezhadShirazi H., Owji H. R. and Rafeeyan M., "Active Vibration Control of An FGM Rectangular Plate Using Fuzzy Logic Controllers", *10th International Conference On Recent Advances in Structural Dynamics (RASD2010)*, Southampton University, 12-14 July 2010, 3019-3026, *Procedia Engineering* 14 (2011)
16. Houssein Nasser, El-Hassania Kiefer-Kamal, Heng Hu and Salim Belouettar, "Active vibration damping of composite structures using a nonlinear fuzzy controller", *Composite Structures* 94, 1385–1390, (2012).
17. Kapil Narwal and Deepak Chhabra, "Analysis of simple supported plate for active vibration control with piezoelectric sensors and actuators", *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering* 1, 26-39, (2012).